

RESERVATÓRIOS NUMÉRICOS INFINITOS: UMA NOVA FORMA PARA APRESENTAÇÃO DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Adriano Posse Senhorelo¹

RESUMO

Grande parte do repertório acadêmico, disponível em referências teórico-críticas ou materiais didático-pedagógicos, apresenta os conjuntos numéricos de uma maneira que gera dúvidas e incoerências nas interpretações, principalmente com relação às questões de inclusão entre os conjuntos e a pertinência de algum número em um conjunto específico. Tal fato nos instiga à criação de alternativas que facilitem a visualização e interpretação das inter-relações entre os conjuntos e destes com os seus respectivos elementos. Assim, o presente ensaio tem o objetivo de propor modos mais fluidos de apresentar os conjuntos numéricos, como se fossem reservatórios de líquidos que escoam para formar outros reservatórios, sob a forma de reservatórios numéricos infinitos. A metodologia utilizada foi a pesquisa bibliográfica com a abordagem qualitativa. Este ensaio demonstra que a metáfora dos reservatórios numéricos transcende a mera ilustração visual, configurando-se como um modelo didático eficaz para a compreensão das relações de pertinência e inclusão. Ao substituir a abstração estática por uma dinâmica de escoamento, a proposta não apenas mitiga ambiguidades conceituais entre docentes e discentes, mas também estabelece novas diretrizes para a elaboração de materiais didáticos, fomentando práticas pedagógicas que potencializam a apreensão dos conjuntos numéricos no cotidiano escolar.

PALAVRAS-CHAVE: Conjuntos. Números. Ensino. Aprendizagem e Reservatórios.

¹ Instituto Federal do Espírito Santo - Campus Alegre. E-mail: apsenhorelo@ifes.edu.br  <https://orcid.org/0000-0002-8376-9477>

INFINITE NUMERICAL RESERVOIRS: AN INNOVATIVE APPROACH TO PRESENTING NUMERICAL SETS IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS

ABSTRACT

A significant percentage of scholarly materials, including theoretical references and didactic resources, presents numerical sets in a way that creates doubts and inconsistencies in interpretations. This is particularly true regarding the inclusion of one set within another and the relevance of specific numbers to particular sets. This issue prompts us to develop alternative methods that facilitate the visualization and interpretation of the interrelationships between numerical sets and their respective elements. Therefore, this essay aims to propose more fluid ways of presenting numerical sets, likening them to reservoirs of liquids that flow to form other reservoirs, conceptualized as infinite numerical reservoirs. The methodological framework consisted of bibliographic research informed by a qualitative approach. This essay demonstrates that the numerical reservoir metaphor functions as an effective instructional model for understanding membership and inclusion. By replacing static abstraction with a dynamic flow-based framework, the proposal reduces conceptual ambiguities and informs the development of instructional materials and pedagogical practices that enhance students' understanding of numerical sets in classroom contexts.

KEYWORDS: Sets. Numbers. Teaching. Learning and Reservoirs.

1. INTRODUÇÃO

Como não pensei nisso antes? Essa pergunta retórica sempre é feita quando se obtêm algumas respostas relativamente simples para questões não resolvidas anteriormente. Tal como o teorema que leva o nome de Pitágoras, é uma equação muito simples de ser utilizada, mas somente depois que alguém a desenvolveu, a apresentou e a validou.

Dessa forma, este ensaio apresenta uma ideia simples para se representar os conjuntos numéricos e evitar interpretações confusas, as quais frequentemente ocorrem no processo de ensino-aprendizagem com a utilização das representações atuais. Diversos autores, como Balestri (2016), Bonjorn, Giovanni Júnior e Souza (2020), Dante (2013), Iezzi *et al.* (2016), Leonardo (2020), Paiva (2015) e Souza e Garcia (2016), apresentam os conjuntos numéricos na forma de diagrama de Venn-Euler. Contudo, esse tipo de representação compromete a interpretação, o aprendizado e o fazer pedagógico, na medida em que gera dúvidas em estudantes e docentes, que passam a ter dificuldade em diferenciar os conjuntos e seus elementos.

A fim de ilustrar tais ocorrências, indica-se um exemplo que aparece com frequência,

inclusive em alguns livros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) (Brasil, 2021), a representação do conjunto dos números irracionais do lado externo do conjunto dos números racionais, o que provoca uma falsa impressão de inclusão. Outras interpretações discrepantes ocorrem frequentemente e serão apresentadas na próxima seção.

No contexto educacional de diversos países, a importância do estudo dos conjuntos numéricos é muito grande e pode ser facilmente comprovada em seus programas curriculares (Portugal, 2013; Schmidt *et al.*, 2008). No Brasil, sua relevância é reiterada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), que distribui esse conteúdo matemático ao longo de toda a escolarização básica. Entretanto, persistem relatos de professores/as e alunos/as quanto às dificuldades de compreensão, sobretudo a partir do conjunto dos números racionais, nos quais a maioria dos estudantes menciona uma falta de compreensão conceitual, devido às diferentes formas de representações utilizadas pelos métodos de ensino na contemporaneidade (Morais; Serrazina, 2018; Oliveira, 2016; Silveira; Souza; Powell, 2024).

No campo didático, considerando que a formação do professor de matemática precisa dialogar diretamente com a sua prática, é necessário que professores desenvolvam competências e reflitam sobre suas práticas de ensino, metodologias e escolha de materiais (Martins; Tinti, 2024). Um domínio teórico e didático consistente sobre os conjuntos numéricos é fundamental, principalmente quando se pretende apresentar o conteúdo de forma clara e que realmente facilite o ensino e favoreça a aprendizagem.

Diante desse cenário, marcado por dificuldades recorrentes de interpretação e por limitações nas formas tradicionais de representação, torna-se necessário revisitar como os conjuntos numéricos vêm sendo apresentados no ensino de matemática. Antes de propor alternativas, este ensaio dedica-se a examinar essas representações e a explicitar os pontos em que elas contribuem para leituras imprecisas ou fragmentadas, preparando o terreno para uma discussão mais adiante.

2. COMO OS CONJUNTOS NUMÉRICOS SÃO APRESENTADOS E AS PRINCIPAIS DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

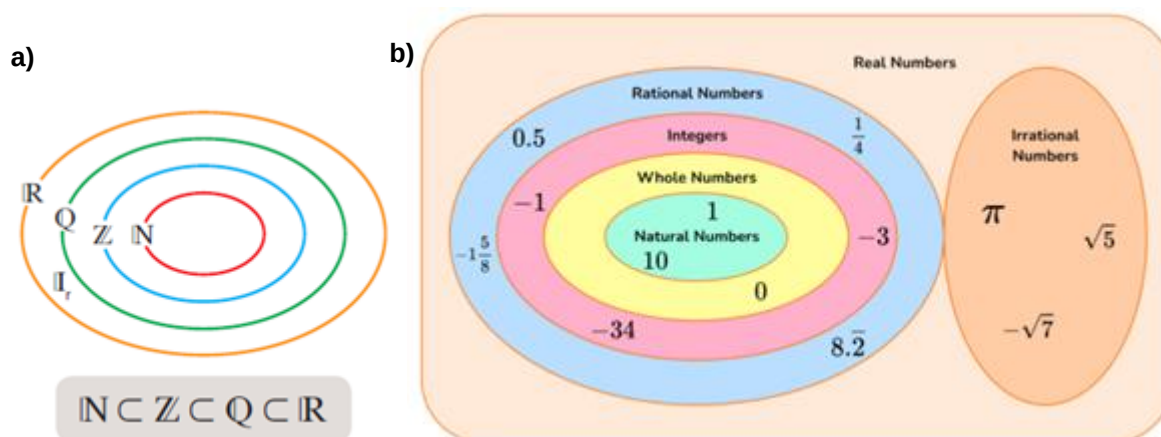
Uma das preocupações desta reflexão inicial é a maneira como os conjuntos numéricos são apresentados nos livros didáticos. Dessa forma, a metodologia adotada consistiu em uma pesquisa

bibliográfica de abordagem qualitativa. O estudo incluiu, prioritariamente, a análise de livros didáticos do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com foco nas representações usuais sobre os conjuntos numéricos, além de dissertações e artigos científicos pertinentes.

Existem diversas representações dos conjuntos numéricos nos livros presentes no PNLD (Brasil, 2021), em sites da internet (Luiz, 2014; Toda Matéria, 2011; Third Space Learning, 2024) e na apresentação aos alunos na sala de aula. Porém, em todos os casos mencionados, existem incoerências que podem suscitar dúvidas e interpretações que comprometem a análise.

A Figura 1 expõe dois exemplos de como os conjuntos numéricos são constantemente representados e, em vista disso, os principais equívocos nas interpretações podem ser apontados.

Figura 1 – Representações típicas dos conjuntos numéricos



Fonte: a) Dante (2013) e b) Third Space Learning (2024).

Na Figura 1 – eixo a, o conjunto dos números irracionais ($\mathbb{I}_r$) é apresentado externamente em relação ao conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$), podendo causar uma falsa interpretação de que esse conjunto está contido naquele. O eixo b da mesma imagem apresenta separadamente o conjunto dos racionais e dos irracionais. Porém, nessa forma de representação, o conjunto dos reais é exibido incorretamente em um local onde estariam os números imaginários. Outra interpretação equivocada passível de ocorrência é considerar que o conjunto dos inteiros seja formado somente pelos números inteiros negativos e que o conjunto dos racionais seja composto apenas pelas decimais exatas, as frações e as dízimas periódicas. De acordo com Duarte (2013), diagramas desse tipo induzem o aluno a pensar, de maneira imprecisa, que os números racionais

são a maioria entre os números reais e que existem números reais que não são racionais nem irracionais.

Conforme Ponte (2006), os conjuntos numéricos foram organizados e expandidos à medida em que as civilizações tinham necessidades e evoluíam. Dessa forma, ao ensinar tal conteúdo, o professor de matemática deve considerar os contextos históricos que deram origem aos diferentes números. Contudo, a maioria dos livros didáticos apresenta os conjuntos numéricos de maneira fragmentada e sem justificativas, mencionando apenas uma classificação dos números em determinados conjuntos. Sem a devida indicação da evolução para a existência dos conjuntos, os estudantes tendem a finalizar a segunda etapa do ensino fundamental com dificuldades em representar e interpretar diversos números. Silva e Penteado (2009) apontam algumas dessas dificuldades, como a compreensão dos números reais, o desconhecimento da existência de infinitos números, a distinção entre números racionais e irracionais, entre outras.

Cruz e Vasconcelos (2022) relatam uma experiência de prática pedagógica desenvolvida com vinte alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola do estado de Sergipe, cujo objetivo era avaliar seus conhecimentos prévios sobre os conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais). Os autores observaram, a partir de uma avaliação diagnóstica, que os estudantes possuíam dúvidas significativas em relação aos conjuntos numéricos e, com isso, cometiam equívocos na localização dos números em cada parte dos conjuntos no diagrama proposto. Além disso, alguns alunos demonstraram acreditar, a partir do diagnóstico, que o conjunto dos números inteiros seria formado apenas pelos números inteiros negativos e que o conjunto dos números racionais reuniria somente números não inteiros.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais da Educação Básica (PCNs) destacam que as representações fracionárias e decimais dos números racionais, mesmo sendo conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais do ensino fundamental, não são corretamente assimiladas pelos alunos que chegam aos ciclos finais, uma vez que não conseguem compreender os diferentes significados relacionados a esse tipo de número nem os procedimentos de cálculo, principalmente aqueles que envolvem os racionais na forma decimal (Brasil, 1998). Lopes, Wielewski e Sá (2018) e Morais e Serrazina (2018) salientam que vários estudos identificam dificuldades persistentes apresentadas pelos alunos no trabalho com números racionais em sua representação decimal. Na

maioria das vezes, tais dificuldades estão associadas à influência de conhecimentos prévios dos números inteiros e podem persistir até a vida adulta, o que reforça a importância da compreensão do conceito de numeral decimal.

Problemas apresentados pelos PCNs também são registrados no ensino médio. Bonoto, Soares e Martins (2010) detectaram que os alunos dessa etapa de ensino encontram inúmeros desafios na realização das atividades que contemplam os números racionais na reta numérica. Destarte, é importante estimular o conhecimento dos alunos sobre números e operações com base em problemas que envolvam razões, proporções, porcentagens, medições e cálculos aproximados (Brasil, 2002).

Os desafios concernentes às interpretações incoerentes sobre números e conjuntos se perpetuam no ensino superior. Dăneț *et al.* (2014) propõem uma alteração na forma de ensinar matemática em universidades de ciências exatas, principalmente no que se refere aos conceitos relacionados a alguns conjuntos de números reais. Os autores defendem que a exposição rigorosa e técnica seja complementada por uma exposição informal, tornando-a mais acessível e motivadora. Ao incorporar informações históricas e aplicações, sobretudo no campo da engenharia, os autores apontam lacunas formativas importantes que repercutem na autonomia dos estudantes.

Quanto aos professores do ensino fundamental e médio, também são verificados alguns equívocos nas interpretações durante o processo de ensino-aprendizagem de conjuntos numéricos. Em uma atividade de pesquisa, Penteado (2004) solicitou aos professores que classificassem alguns números reais em racionais ou irracionais e percebeu dificuldades expressivas na justificativa apresentada pelos participantes.

Situação semelhante é observada em outros países. De acordo com Carrisi (2020), os currículos de matemática na Itália são inadequados para superar os pontos críticos que tornam confusa a aprendizagem dos conjuntos numéricos, assim como os alunos não são induzidos a analisar o domínio dos dados e das soluções esperadas, mesmo que isso seja uma etapa fundamental em situações reais e na resolução de problemas. No Chipre, Charalambous e Pitta-Pantazi (2005) realizaram um estudo sobre as dificuldades de alunos na aprendizagem de frações. Os pesquisadores observaram que esse conteúdo está entre os conceitos matemáticos mais

complexos que as crianças encontram no ensino fundamental, devido às cinco subconstruções inter-relacionadas que envolvem (parte-todo, razão, operador, quociente e medida). Ambos apoiam a ideia de que os professores precisam preparar os alunos para desenvolverem uma compreensão profunda das diferentes interpretações das frações, vez que tal compreensão poderia contribuir para a aquisição de proficiência nas operações com frações e na resolução de problemas. Tais resultados reforçam conclusões semelhantes às de Onuchic e Allevato (2008), que discutem as diferentes “personalidades” dos números racionais e o conceito de proporcionalidade.

Além das dificuldades relativas aos conjuntos reais e seus subconjuntos, há também problemas na aprendizagem dos números complexos. Alguns alunos sequer estudam esse conteúdo no ensino médio (Mello; Santos, 2005; Portolan, 2017), enquanto a própria BNCC deixou de contemplá-lo nessa etapa de ensino (Brasil, 2018), o que prejudica alunos e professores nos níveis de ensino subsequentes. Ao analisarem estudantes de engenharia elétrica de uma universidade no Rio Grande do Sul e de outras seis instituições do estado, Puhl e Müller (2023) verificaram que a maioria não apresenta conhecimentos básicos suficientes sobre números complexos, o que compromete o trabalho nas disciplinas que dependem desse conteúdo. Dessa forma, o tempo destinado às aplicações específicas das disciplinas fica comprometido, pois primeiro o professor precisa buscar estratégias didáticas para ensinar um conteúdo que deveria ter sido aprendido no ensino médio, para depois alcançar o objetivo principal que seria utilizar os conhecimentos sobre números complexos em aplicações na engenharia elétrica.

Diante do exposto, é possível verificar algumas dificuldades apresentadas por alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem das diferentes formas numéricas e seus respectivos conjuntos. Além disso, embora existam na literatura e em páginas da internet múltiplas formas de apresentações dos conjuntos numéricos, elas tendem a reproduzir ambiguidades, principalmente no que se refere às relações de inclusão e à localização dos números nos diagramas.

Essas recorrências mostram que o problema não está apenas em um recurso visual específico, mas em um modo consolidado de representar os conjuntos, que, em vez de esclarecer, frequentemente torna mais opacas as relações entre eles. É nesse ponto que se abre a necessidade de repensar o modelo representacional utilizado no ensino. Diante dessas questões, a

discussão sobre o papel das metáforas é um passo necessário, principalmente quando se buscam modelos que favoreçam uma leitura menos fragmentada e mais inteligível dos conjuntos numéricos.

3. O RESERVATÓRIO COMO METÁFORA: USOS E IMPLICAÇÕES

De maneira geral, a metáfora constitui um dos mecanismos mais potentes para tornar inteligíveis ideias abstratas, inclusive no ensino de matemática. Longe de ser apenas um recurso estilístico, ela funciona como um dispositivo de organização conceitual que dá forma ao que, de outro modo, permaneceria excessivamente técnico ou distante da experiência cotidiana. Na educação matemática, diversos pesquisadores, como Marcelo Bairral (2020), Jo Boaler (2018), Luis Radford (2021) e Anna Sfard (1998) recorrem à noção de metáfora, ainda que com abordagens e focos conceituais distintos.

Bairral (2020), por exemplo, investiga o uso de metáforas pelo professor de matemática e de que modo esse uso pode influenciar os processos de ensino e aprendizagem. Seu foco recai sobre os efeitos da linguagem metafórica no cotidiano da sala de aula e sobre como ela orienta, consciente ou inconscientemente, modos de pensar matematicamente. Boaler (2018), por sua vez, aborda indiretamente as metáforas ao discutir a maneira como os alunos concebem a matemática e sua própria capacidade de aprendizagem. A pesquisadora argumenta que a metáfora da matemática como uma disciplina de "respostas rápidas e corretas" é prejudicial, pois promove visões de mundo que limitam o potencial dos alunos.

Radford (2021) desenvolveu a Teoria da Objetivação, uma abordagem histórico-cultural para o ensino e a aprendizagem. Embora não foque primariamente nas “metáforas cognitivas” no sentido da linguística cognitiva tradicional, sua teoria trata de como os alunos tornam conscientes e partilhados os conceitos matemáticos por meio de gestos, linguagem e ferramentas, um processo que envolve dinâmicas análogas à criação de significado por representações. Sfard (1998) distingue duas metáforas de aprendizagem: a metáfora da aquisição, que concebe a aprendizagem como a obtenção de conhecimento, e a metáfora da participação, que entende a aprendizagem como envolvimento em práticas sociais e discursivas. A autora utiliza essas imagens conceituais para analisar e comparar diferentes abordagens teóricas e práticas pedagógicas na educação.

Em linhas gerais, os autores acionam a metáfora como lente conceitual ou ferramenta

analítica para compreender não apenas como conceitos matemáticos são comunicados, mas também como a própria natureza da aprendizagem e do ensino da matemática é concebida e praticada. Nesse ensaio, essa discussão se articula diretamente com o problema descrito na seção anterior. Se as representações tradicionais dos conjuntos numéricos produzem ambiguidades recorrentes, sobretudo quanto às relações de inclusão e pertinência, torna-se necessário buscar uma imagem metafórica capaz de reorganizar a maneira como esses conjuntos são visualizados e compreendidos.

No intuito de facilitar o entendimento e o processo de ensino-aprendizagem com relação ao referido tema, sugere-se o uso da metáfora ou ideia de “reservatório”, vocábulo que se configura enquanto força-motriz de uma nova forma de representar os conjuntos numéricos, devido, principalmente, ao seu significado autoexplicativo: “lugar feito ou preparado para acumular e conservar certas coisas em reserva” (Reservatório, 2025). Nesse sentido, essa proposta tem por objetivo propor um modo inédito de apresentar os conjuntos numéricos com base na imagem do reservatório que, a partir da metáfora de sua potência líquida e fluida, desloca seu sentido usual e dicionarizado e aposta no “escoamento” desses números, que se relacionam entre si para formar novos reservatórios numéricos.

Como implicação mais geral, a metáfora do reservatório reorganiza a forma de imaginar a estrutura dos conjuntos numéricos. Em vez de se embasar em figuras estáticas, como os tradicionais diagramas de círculos concêntricos, ela convoca uma imagem dinâmica, marcada por movimentos de escoamento, formação e composição. Nessa perspectiva, cada conjunto deixa de aparecer como um espaço isolado e passa a ser compreendido como resultado de processos sucessivos de ampliação e reelaboração dos conjuntos anteriores. Portanto, a inclusão deixa de ser lida como mera sobreposição espacial, que costuma induzir a equívocos interpretativos, mas como uma relação de origem, na qual um conjunto nasce do outro, carrega certas marcas e se abre para novas possibilidades numéricas.

Tal mudança de foco introduz uma noção de processo que raramente aparece nos livros didáticos. Em sua maioria, a ênfase recai mais na classificação do que na história conceitual que sustenta a existência dos conjuntos. Ao evidenciar a ideia de que cada conjunto se forma a partir dos anteriores, a metáfora desloca a atenção dos alunos para a lógica interna que articula naturais,

inteiros, racionais, irracionais, reais e complexos. Em vez de perguntar apenas “onde este número se localiza?”, o aluno é instigado a considerar “de que relação entre conjuntos ele emerge?”. Essa pequena troca de perspectiva favorece uma leitura mais estrutural e menos decorativa do conteúdo.

Nos diagramas que serão apresentados na seção seguinte, essa implicação se torna mais nítida: os reservatórios fendidos criam caminhos que mostram como cada conjunto se alimenta dos anteriores, preservando traços deles e, ao mesmo tempo, reorganizando-os. Com isso, desaparece a sensação de que os conjuntos são blocos independentes, unidos apenas por convenção gráfica. O que ganha forma é um sistema articulado, no qual cada reservatório atua como etapa de um percurso conceitual contínuo. Essa visualização ajuda a superar leituras fragmentadas da matemática e reforça a compreensão de que os números compõem uma totalidade em transformação, ou seja, um aspecto que dialoga com relatos de professores que apontam a dificuldade recorrente dos alunos em conectar diferentes tipos de números.

Do ponto de vista pedagógico, as implicações também são amplas. A metáfora permite que os professores utilizem uma única estrutura representacional para abordar desde conteúdos iniciais, como a passagem dos naturais para os inteiros, até discussões mais sofisticadas, como a constituição dos complexos. Essa continuidade didática contribui para reduzir rupturas conceituais entre etapas do ensino, oferecendo aos estudantes uma imagem estável, mas flexível o suficiente para incorporar novos conjuntos. Além disso, ao visualizar “misturas”, “formações” e “deslocamentos”, o aluno tem acesso a uma representação que explicita relações e não apenas categorias, o que tende a facilitar a internalização dos conceitos.

4. RESERVATÓRIOS NUMÉRICOS: UMA PEQUENA MODIFICAÇÃO QUE PODE FAZER TODA A DIFERENÇA

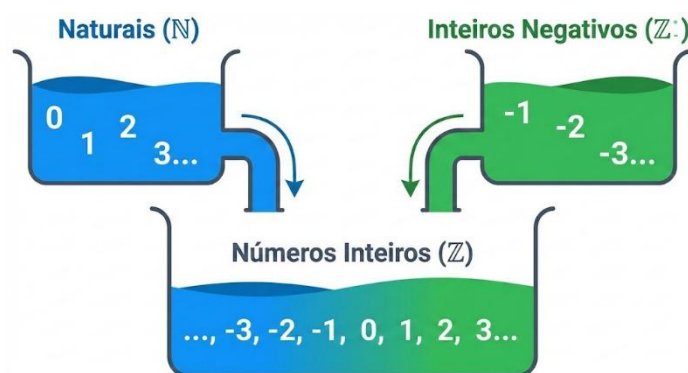
Considerando as ambiguidades e interpretações imprecisas descritas nas seções anteriores, em especial aquelas geradas pelas representações clássicas dos conjuntos numéricos, apresenta-se, a seguir, uma alternativa visual que busca minimizar esses equívocos e tornar mais claro o modo como os conjuntos se relacionam entre si.

A apresentação dos conjuntos numéricos a partir da imagem de reservatórios fendidos, contendo números que escoam para outros reservatórios, facilita a compreensão dos professores

e dos alunos quanto à pertinência, ou não, de determinado número em um conjunto específico e gera menos dúvidas nas relações de inclusão entre os conjuntos numéricos.

O primeiro reservatório é o dos números naturais $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ que escoa ao lado dos números inteiros estritamente negativos $Z^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$, para formarem o reservatório dos números inteiros $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ (Figura 2).

Figura 2 – Representação da formação do reservatório dos números inteiros

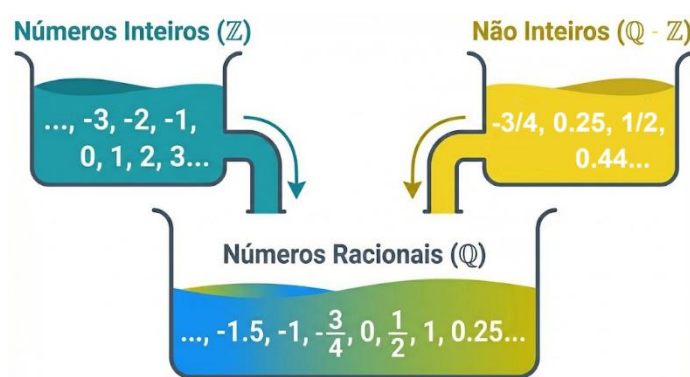


Fonte: Figura gerada utilizando inteligência artificial GOOGLE GEMINI.

Nesse diagrama, fica evidente que o reservatório Z é formado somente pelo escoamento dos números contidos nos dois reservatórios superiores, N e Z^- . Esse tipo de apresentação pode ser utilizado em qualquer nível de ensino, desde o fundamental até o superior, de maneira clara, objetiva e com menos possibilidades de interpretações equivocadas, assim como os outros diagramas que serão apresentados a seguir.

O reservatório dos números inteiros Z se une ao dos números não inteiros $Q - Z = \{x \mid x \text{ é um número decimal exato (ex.: } 0,2), \text{ ou fração (ex.: } \frac{3}{4}) \text{ ou dízima periódica (ex.: } 0,555\dots)\}$ para formar o reservatório dos números racionais $Q = \{x \mid x = \frac{a}{b}, a \in Z \text{ e } b \in Z^*\}$ (Figura 3).

Figura 3 – Representação da formação do reservatório dos números racionais

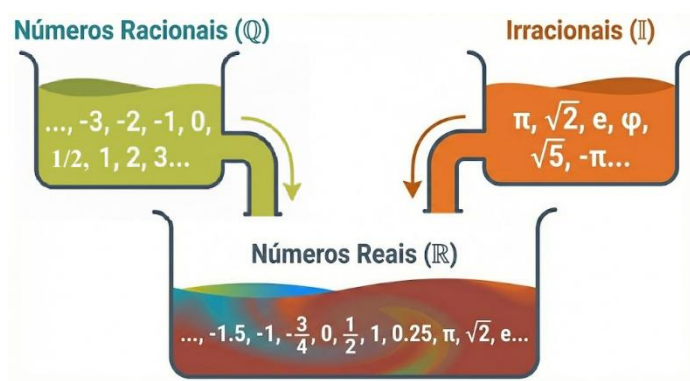


Fonte: Figura gerada utilizando inteligência artificial GOOGLE GEMINI.

Ao seguirmos o raciocínio anterior, entendemos, a partir da Figura 3, que o Q é formado pelo escoamento dos números inclusos nos reservatórios superiores a ele.

Em sequência, o reservatório dos números racionais Q, escoia juntamente com o dos números irracionais $I = \{x \mid x \text{ é um número decimal não periódico (ex.: } \sqrt{2})\}$ e formam o reservatório dos Reais $R \{x \mid x \in Q \text{ ou } x \in I\}$ (Figura 4).

Figura 4 – Representação da formação do reservatório dos números reais

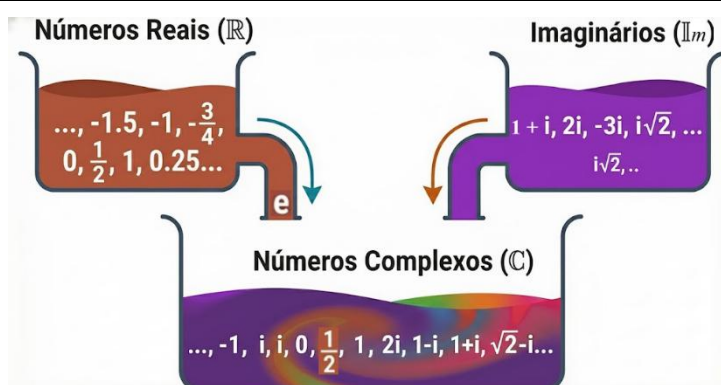


Fonte: Figura gerada utilizando inteligência artificial GOOGLE GEMINI.

A Figura 4 também direciona a interpretação sem causar ambiguidades, uma vez que o reservatório dos números reais é composto por todos os reservatórios superiores a ele.

Para finalizar, o reservatório dos números reais R, que é formado por todos os sub-reservatórios anteriores, junta-se ao reservatório dos números imaginários $Im = \{x \mid x = c + di, c \in R, d \in R^* \text{ e } i = \sqrt{-1}\}$ e formam o reservatório dos números complexos $C = \{x \mid x = e + fi, e, f \in R \text{ e } i = \sqrt{-1}\}$ que é o maior reservatório existente na atualidade (Figura 5).

Figura 5 – Representação da formação do reservatório dos números complexos

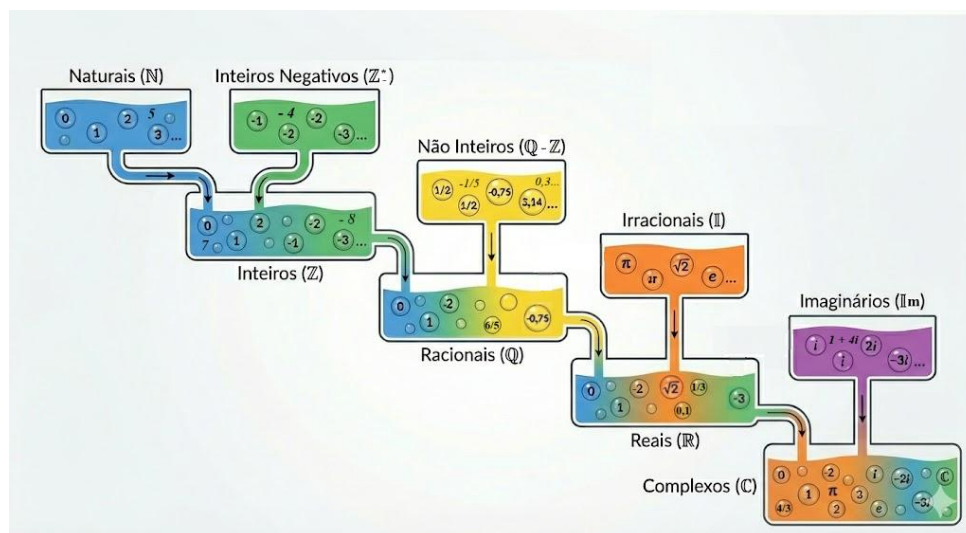


Fonte: Figura gerada utilizando inteligência artificial GOOGLE GEMINI.

Assim como nas figuras anteriores, fica claro que o reservatório dos números complexos é formado pelo escoamento dos reais e/ou dos imaginários.

A Figura 6 apresenta um diagrama com um resumo dos reservatórios numéricos existentes, pelo menos até a contemporaneidade. É possível observar que cada reservatório possui números específicos que se aglutinam aos demais em um padrão de fácil identificação.

Figura 6 – Representação dos reservatórios numéricos infinitos (Diagrama dos Reservatórios)



Fonte: Figura gerada utilizando inteligência artificial GOOGLE GEMINI.

Na Figura 6, observa-se que cada reservatório, a partir do $\mathbb{N}$, escoam juntamente com o reservatório adjacente à direita para formarem o reservatório imediatamente inferior, mantendo-se o padrão até a formação do reservatório dos números complexos $\mathbb{C}$. Vale ressaltar que o escoamento dos números ocorre em sentido único, isto é, de cima para baixo.

Além da localização dos diferentes reservatórios no diagrama, houve um cuidado com a escolha das cores para que pudesse representar o resultado da mistura do conteúdo dos

reservatórios superiores que se juntam para formar o reservatório seguinte, ou seja, o reservatório N (azul) se junta ao reservatório  (verde) para formar o Z (azul e verde) e assim sucessivamente.

Essa mistura de cores ajuda os alunos, principalmente no início do ensino fundamental, na formação dos conceitos sobre os diferentes números e seus respectivos reservatórios.

Pode-se perceber que o Diagrama dos Reservatórios facilita a compreensão sobre a inclusão ou não entre os reservatórios (conjuntos) e auxilia na localização dos diferentes tipos de números nos seus respectivos reservatórios (conjuntos). É importante ressaltar que não se trata de duplicar um método básico que já foi há muito validado e consensual na práxis docente, mas apresentar uma modificação simples na apresentação dos conjuntos numéricos que pode facilitar o processo de ensino-aprendizagem na disciplina de matemática.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática apresenta um papel significativo na integração entre as demais ciências e, ao mesmo tempo, é uma ciência com características próprias de análise, de investigação e de linguagem. Por isso, é importante sempre buscar novas alternativas para serem utilizadas na abordagem de seus conteúdos.

Neste ensaio, partiu-se das dificuldades recorrentes na aprendizagem dos conjuntos numéricos e de seus respectivos números. A partir de um diagnóstico, foi proposta a metáfora dos reservatórios numéricos infinitos como um modo alternativo de visualizar o percurso que vai dos números naturais aos complexos, enfatizando processos de formação, escoamento e composição, em vez de apenas classificações estáticas em diagramas.

Importante ressaltar que esse ensaio não buscou discutir aspectos relacionados à quantidade de elementos que cada conjunto possui, ou seja, a cardinalidade dos conjuntos numéricos, pois o foco principal é indicar novos modos para representá-los. Além disso, é importante lembrar que o texto é integralmente um ensaio de caráter teórico-reflexivo. A proposta teórica dos reservatórios numéricos é aplicável diretamente em sala de aula e visa contribuir de forma mais significativa para o ensino desse conteúdo do que as representações hegemônicas atuais.

A nova proposta para a apresentação dos conjuntos numéricos, sob a forma de

reservatórios que escoam números, busca facilitar a compreensão dos docentes e discentes quanto às questões de pertinência de um número em um determinado conjunto e gerar menos dúvidas nas relações de inclusão entre os conjuntos numéricos. Além disso, o intuito é contribuir para o debate em torno da elaboração de materiais didáticos que incluam o assunto em tela, de modo a provocar outras apropriações e modos de usar dos conjuntos numéricos que impactem positivamente a aprendizagem no contexto de sala de aula.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, Marcelo Almeida. Interagindo com interações: auto-reflexões de um educador matemático instigado por tecnologias. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, Brasil, v. 1, n. 2, p. 114–144, 2020. doi:10.36661/2596-318X.2019v1n2.10894.

BALESTRI, Rodrigo. **Matemática: Interação e Tecnologia**. v. 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

Boaler, Jo. **Mentalidades matemáticas**. São Paulo: Penso, 2018.

BONJORNO, José Roberto, GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy, SOUZA, Paulo Roberto Câmara de. **Matemática: conjuntos e funções**. São Paulo: FTD, 2020.

BONOTO, Danusa de Lara; SOARES, Maria Arlita da Silveira; MARTINS, Maria Clailta Machado. A análise dos registros de representação semiótica no objeto de aprendizagem “potencializando o seu conhecimento”. **Vivências**, Erechim, v. 6, n. 9, p.13-24, maio 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação Básica. **Guia digital PNLD 2021 obras didáticas por áreas do conhecimento específicas: Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2021.

CARRISI, Maria Cristina. Some considerations on the use of digital environments in learning numerical sets. In: **Proceedings of the 12th International Conference on Computer Supported Education**. Prague: SCITEPRESS - Science and Technology Publications, 2020. p. 480–487.

CHARALAMBOUS, Charalambos Y.; PITTA-PANTAZI, Demetra. Revisiting a theoretical model on fractions: implications for teaching and research. In: **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Melbourne: PME, 2005. p. 233–240.

CRUZ, Alixandre Marques; VASCONCELOS, Carlos Alberto de. Ensino e aprendizagem de conjuntos numéricos a partir de práticas pedagógicas. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 19, n. 01, p. 01–17, jun. 2022.

DĂNEȚ, Rodica-Mihaela; POPESCU, Marian-Valentin; POPESCU, Iuliana; POPESCU, Nicoleta. A new approach to teach mathematics for engineers: numerical sets. **Revista Romana de Inginerie Civila**, Bucuresti, v. 5, n. 2, p. 126–157, 2014.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. v. 1. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DUARTE, Carlos Eduardo de Lima. **Conjuntos numéricos**. 2013. 40 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2013.

GOOGLE. **Gemini** (Modelo de linguagem grande). [s.l.]: Google, 2025. Disponível em: <https://gemini.google.com>. Acesso em: 25 nov. 2025.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática**: ciência e aplicações. v. 1. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões**: matemática e suas tecnologias. São Paulo: Moderna, 2020.

LOPES, Thiago Beirigo; WIELEWSKI, Gladys Denise; SÁ, Pedro Franco de. Levantamento da produção acadêmica em teses e dissertações brasileiras sobre ensino e aprendizagem de números decimais no período de 1995 a 2015. **REnCiMa**, São Paulo, v. 9, n.4, p. 110-125, 2018.

LUIZ, Robson. **Conjuntos numéricos**. Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/conjuntos-numericos.htm>. Acesso em 17 de junho de 2025.

MARTINS, Amanda Cristina; TINTI, Douglas da Silva. Idoneidade Epistêmica evidenciada em um processo formativo com futuros professores de Matemática: um plano de aula envolvendo a representação de dados estatísticos. **REnCiMa**, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2024.

MELLO, Sílvio Quintino de; SANTOS, Renato Pires dos. O ensino de Matemática e a educação profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 7, n. 2, p. 51-64, jul./dez. 2005.

MORAIS Cristina; SERRAZINA, Maria de Lurdes. Extensões de Conhecimentos na Construção da

Compreensão de Numeral Decimal **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 631-652, ago. 2018.

OLIVEIRA, Jéssika Naves de. Dificuldade na aprendizagem dos números racionais: confrontando dois níveis de escolaridade. In: **Encontro nacional de educação matemática**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1–12.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 79–102, dez. 2008.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

PENTEADO, Cristina Berndt. **Concepções do professor do ensino médio relativas à densidade do conjunto dos números reais e suas reações frente a procedimentos para a abordagem desta propriedade**. 2004. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo.

PONTE, João Pedro da. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, I. et al. (orgs.). **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM–SPCE, 2006, p. 5–27.

PORTOLAN, Juliano. **A importância do ensino de números complexos no ensino médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região oeste do Paraná**. 2017. 96f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

PORTUGAL. Ministério da Educação e Ciência. **Programa e Metas Curriculares Matemática: Ensino Básico**, 2013.

PUHL, Cassiano Scott; MÜLLER, Thaísa Jacintho. O ensino dos números complexos na perspectiva de professores de Engenharia Elétrica. **REnCiMa**, São Paulo, v. 14, n. 2, p. 1-18, abr./jun. 2023.

RADFORD, Luis. **The theory of objectification**. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning. Leiden e Boston: Brill/Sense, 2021.

RESERVATÓRIO. Dicionário online do google. **Oxford Languages**. Disponível em <https://www.google.com>. Acesso em 17 abr. 2025.

SCHMIDT, William H.; HOUANG, Richard T.; COGAN, Leland; BLÖMEKE, Sigrid; TATTO, Maria Teresa; HSIEH, Feng Jui; SANTILLAN, Marcella; BANKOV, Kiril; HAN, Shin Il; CEDILLO, Tenoch; SCHWILLE, John; PAINE Lynn. Opportunity to learn in the preparation of mathematics teachers: its structure and how it varies across six countries. **International Journal on Mathematics Education**, FIZ Karlsruhe, v.40. n.5, p. 735-747, sept. 2008.

SFARD, Anna. On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One. **Educational Researcher**. v. 27, n. 2, p. 4-13, march 1998. doi.org/10.2307/1176193.

SILVA, Benedito Antonio da; PENTEADO, Cristina Berndt. Fundamentos dos números reais: concepções de professores e viabilidade de início do estudo da densidade no ensino médio. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 11, n. 2, p. 351–371, 2009.

SILVEIRA, Everaldo; SOUZA Maria Alice Veiga Ferreira de; POWELL, Arthur Belford. Estudo de Frações: superficialidades, parcialidades ou equívocos. **Bolema**, Rio Claro, v. 38, e230100, 2024.

SOUZA, Joamir Roberto de, GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **Contato matemática**. São Paulo: FTD, 2016.

THIRD SPACE LEARNING. **Number sets**, 2024. Disponível em:
<https://thirdspacelearning.com/us/math-resources/topic-guides/number-and-quantity/number-sets/>. Acesso em: 15 de maio de 2025.

TODA MATÉRIA. **Conjuntos Numéricos**, 2011. Disponível em:
<https://www.todamateria.com.br/conjuntos-numericos/#:~:text=Os%20conjuntos%20num%C3%A9ricos%20re%C3%BAnem%20diversos,%C3%A9%20a%20Teoria%20dos%20Conjuntos>. Acesso em: 15 de maio de 2025.